1. Определить координаты конца вектора $\vec{a} = \{-5; -12; 4\}$если его начало совпадает с точкой (2;-3;4).

Решение:

$x \quad = -5 + 2 = -3;$

$y \quad = -12 - 3 = -15;$

$z \quad = 4 + 4 = 8;$

$x \quad = -3;$

$y \quad = -15;$

$z \quad = 8.$

Ответ: $(-3; -15; 8)$.

2. Вектор $\vec{a}$ задан разложением по ортам в виде$\overrightarrow{a} = -2\vec{\imath} - 7\vec{k}$. Каковы координаты вектора $\vec{a}$?
   Решение:
   $\overrightarrow{a} = -2\vec{\imath} - 7\vec{k}$
   $\overrightarrow{a} = (-2; -7)$.
   Ответ: $\overrightarrow{a} = (-2; -7)$.
3. Найти длину вектора $\vec{a} = 3\vec{\imath} - 4\vec{\jmath} + 2\vec{k}$.
   Решение:
   $|\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$
   $|\vec{a}| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 2^2} = \sqrt{9 + 16 + 4} = \sqrt{29}$
   Ответ: $\sqrt{29}$.
4. Найти скалярное произведение векторов $\overrightarrow{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$ и векторы образуют угол $\varphi = \frac{\pi}{3}$.
   Решение:
   $ab = |a| * |b| * \cos(a < b) = 3 * 4 * \cos\frac{\pi}{3} = 6$
   Ответ: 6.
5. При каком значении m векторы $\vec{a} = m * \vec{\imath}-3\vec{\jmath} + 2\vec{k}$ и $\vec{b}$=$\vec{\imath}$+2$\vec{\jmath} - m * \vec{k}$ будут перпендикулярны?
   Решение:
   (a,b)=0*1+(-3)*2+(-2)*1= -8
   Ответ: -8.
6. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (-3; 2)$ и $\vec{b} = (-4; 5)$.
   Решение:
   (a,b)=(-15; 8)
   $S = |a| * |b|;\ \ S = \sqrt{-12^2 + 8^2} = 14{,}4$

   Ответ: 14,4.

7. Вершины пирамиды находятся в точках A(2;1;-1), B(3;0;1), C(2;-1;3),D(0;-7;0). Найти высоту пирамиды, опущенную из вершины C.
Решение:
V=30/6=5(ед^3)
H=3V/$S_{осн.}$
$H = \frac{15}{9,35} = 1,6.$
Ответ: высота пирамиды равна 1,6.
8. Вычислить диагонали параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = \vec{k} - \vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$.
Решение:
$\vec{a} + \vec{b} = i - 2j + 2k$ - (1; -2; 2)
$\vec{a} - \vec{b} = -i - j$ - (-1; -1)
Ответ: (1; -2; 2) ; (-1; -1).

9. Даны вершины треугольника A(0;1); B(3;-2) и C(12;-1). Составить уравнение медианы BE треугольника ABC.
Решение:
$x = \frac{x_1+x_2}{2}; x = \frac{y_1+y_2}{2}$
$$x = \frac{0+12}{2} = \frac{12}{2} = 6$$
$$y = \frac{1-1}{2} = \frac{0}{2} = 0$$
E (6; 0)

$$\frac{(x-x_1)}{(x_2-x_1)} = \frac{(y-y_1)}{(y_2-y_1)}$$
$$\frac{x-3}{6-3} = \frac{y+2}{0+2} = \frac{x-0}{3} = \frac{y+2}{2}$$
2x- 3y- 6= 0.
Ответ: 2x- 3y- 6= 0.
10. Найти объём параллелепипеда, построенного на векторах: $\vec{a} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - k, \vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + k, \vec{c} = -\vec{i} + 3\vec{j} - 2\vec{k}$.
Решение:
Vпар.=± $(\vec{a}*\vec{b})$*c;
A(2;4;-1); b(1;-3;1); c(-1;3;-2)
$$V = \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \\ -1 & 3 & -2 \end{vmatrix} = 10.$$
Ответ: 10.

11. Составить уравнения прямой, проходящей через точку M(-2;1;-3) и параллельной вектору $\vec{a} = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$.
Решение:
$\frac{(x-x_0)}{p_1} = \frac{(y-y_0)}{p_2} = \frac{(z-z_0)}{p_3}$ P (1; -5; 2)
$$\frac{(x+2)}{1} = \frac{(y-1)}{-5} = \frac{(z+3)}{2}$$
Ответ: $\frac{(x+2)}{1} = \frac{(y-1)}{-5} = \frac{(z+3)}{2}$.

12. Даны точки A(-3;4;0) и B(-2;-5;1). Составить уравнение прямой, проходящей через точку M(1;-2;3) и перпендикулярной вектору AB.

Решение:

$\overrightarrow{AB} = (-3+2); (4+5); (\ 0-1)$

$\overrightarrow{AB} = (-1; 9; -1).$

$-x + 1 - 9y - 18 + z - 3 = 0$

$x + 9y + z - 22 = 0.$

Ответ: $x + 9y + z - 22 = 0.$

13. Составить уравнение плоскости, проходящей через точку P(1;1;-1) и перпендикулярной вектору $\vec{a} = 2\vec{\imath} + 2\vec{\jmath} + 3\vec{k}.$

Решение:

$\vec{a} = (2; 2; 3)$

$A = (x - x_1) + (y - y_1) + (z - z_1) = 0 \ \to 2(x-1) + 2(y-1) + 3\big(z - (-1)\big) = 0$

$2x + 2y + 3z - 1 = 0.$

Ответ:

$2x + 2y + 3z - 1 = 0.$

14. Составить уравнение плоскости, проходящей через начало координат и точки A (4;-2;2) и B (2;4;-3).

Решение:

AB=(4-2; -2-4; 2+3)

AB= (2; -6; 5)

$A_x + B_y + C_z = 0$

2_x -6_y $+5_z$ =0

Ответ: 2_x -6_y $+5_z$ =0.

15. Составить уравнение прямой, проходящей через правый фокус и верхнюю вершину эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Решение:

Координаты верхней вершины: x=0; $y^2 = 25; y = 5.$

Координаты правого фокуса: $c^2 = a^2 - b^2 = 25 - 16 = 9.$ C=3.

Уравнение: $\frac{x-0}{0-3} = \frac{y+5}{0+0}$; $\frac{x}{3} = \frac{y+5}{0}$; $x - 3y - 15 = 0.$

Ответ: $x - 3y - 15 = 0.$

16. Найти эксцентриситет гиперболы $\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{25} = 1.$

Решение:

Каноническое уравнение: $\frac{x^2}{a^2}$- $\frac{y^2}{b^2}$=1.

$\frac{x^2}{6^2}$ - $\frac{y^2}{5^2}$ =1; a=6; b=5.

Эксцентриситет гиперболы:

$$E = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{a}} > 1.$$

$$E = \frac{c}{a} = \sqrt{\frac{a^2+b^2}{a}} = \sqrt{1 + \frac{b^2}{a^2}}$$

$E = \sqrt{1+\frac{25}{36}} = \sqrt{1{,}69} = 1{,}3$; E=1,3.

Ответ: E=1,3.

17. Найти уравнения асимптот гиперболы $3x^2-4y^2=12$

Решение:

$y = \frac{b}{a}x;$

$y = -\frac{b}{a}x;$

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{3} = 1, a^2 = 4; a = \sqrt{4};\ b^2 = 3; b = \sqrt{3}$

Получаем: $\sqrt{3x} - \sqrt{4x} = 0$ и $\sqrt{3x} + \sqrt{4x} = 0$

Ответ: $y_1 = \sqrt{\frac{3x}{2}};\ y_2 = -\sqrt{\frac{3x}{2}}$.

18. Составить уравнение эллипса, если он проходит через точки $\text{M}_1\ (2;\ \sqrt{3})$ и $\text{M}_2\ (0;2)$.

Решение:

$\frac{4}{a^2} + \frac{2{,}9}{b^2} = 1$

$\frac{0}{a^2} + \frac{4}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1.$

Ответ:

$\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 1.$

19. Составить каноническое уравнение гиперболы, если расстояние между фокусами 2c=6, а эксцентриситет $\varepsilon = \frac{3}{2}$.

Решение:

$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$

$2\text{c} = 6 \rightarrow \text{c} = 3$

$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{2} = \frac{3}{\text{c}} = 3\text{a} = 6 = \text{a} = 2$

$b^2 = 3^2 - 2^2 = 9 - 4 = 5, b = \sqrt{5}$

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1.$

Ответ:

$\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{5} = 1.$

20. Составить уравнение гиперболы, имеющей вершины в фокусах, а фокусы- в вершинах эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$.

Решение:

Для эллипса: $\text{c}^2 = a^2 - b^2$

Для гиперболы: $\text{c}^2 = a^2 + b^2$

Уравнение гиперболы: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.

Ответ: $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$.